Los fractales

Puedes encontrarlos en el campo de la investigación médica, en las películas en las imágenes generadas por ordenador como montañas, ríos de lava, paisajes…en el mundo de la comunicación inalámbrica, revolucionando las comunicaciones y por supuesto en la naturaleza y como no, en Gredos.

Es una forma de aspecto extraño e irregular, que se repite por todas partes y que en 1970, Benoit Mandelbrot denominó “fractal” , porque se podían conseguir fragmentando una forma suave una y otra vez con repeticiones interminables, las rectas, círculos y perfectas formas geométricas de la matemática clásica no podían explicar los patrones de la naturaleza y vio el orden dentro del caos y la nueva geometría fractal podía explicarlo.

El rasgo principal de un fractal es la autosimilitud, si te acercas o alejas tiene la misma apariencia, el patrón se repite a distintas escalas y dentro del mismo objeto. Un árbol, un helecho, las ramificaciones del corazón…

La geometría fractal nos permite medir la rugosidad de las montañas de Gredos y conocer su dimensión fractal, conocer las características de un bosque, entender los sistemas circulatorio, respiratorio, renal… del cuerpo humano.

Buscar el orden dentro del caos, pasar de lo simple a lo complejo y durante los próximos años tendrá aún mucho que enseñarnos.

Los fractales

En esta parte de la exposición , hemos estudiado una nueva dimensión, la dimensión de los objetos fractales, hemos pasado de la geometría clásica de formas perfectas como la esfera a lo irregular, el "caos de los fractales" Vemos el conjunto de cantor, el copo de Koch, el triángulo de Sierpinski como un ejemplo de los primeros estudios sobre autosimilitud, de lo simple a lo complejo, una nueva matemática, Mandelbrot ya descubrió este increíble potencial de los fractales, con el que ahora incluso se investigan enfermedades como el cáncer, que se utiliza en las antenas y permite una comunicación de gran alcance con móviles pequeños.

Sin embargo ya estaba en la naturaleza, el cuerpo humano contiene innumerables ejemplos de fractales, la mejor forma de llegar a todas partes maximizando su función (colonizar) con el menor espacio. Los árboles, los rayos, las nubes….

A través de la fotografía de fractales, vemos un ejemplo de hasta qué punto estamos rodeados por ellos, y cómo el tema de la exposición es Gredos, también hemos encontrado en la naturaleza multitud de ejemplos y nos hemos atrevido a medir la rugosidad del relieve de las montañas, usando el método que Mandelbrot utilizó para medir la costa de Gran Bretaña.

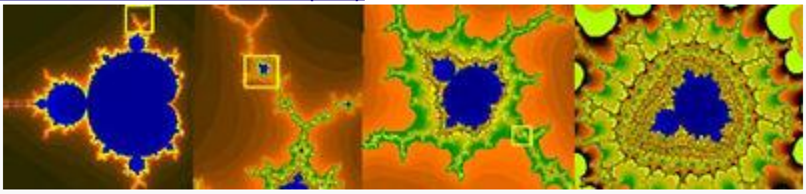
Características de un fractal[editar]

Autosimilitud[editar]

Según B. Mandelbrot, un objeto es **autosimilar** o **autosemejante** si sus partes tienen la misma forma o estructura que el todo, aunque pueden presentarse a diferente escala y pueden estar ligeramente deformadas.[5]

Los fractales pueden presentar tres tipos de autosimilitud:

- **Autosimilitud exacta.** este es el tipo más restrictivo de autosimilitud: exige que el fractal parezca idéntico a diferentes escalas. A menudo la encontramos en fractales definidos por sistemas de funciones iteradas (IFS).



Cuasiautosimilitud en el conjunto de Mandelbrot: al variar la escala obtenemos copias del conjunto con pequeñas diferencias.

- **Cuasiautosimilitud**: exige que el fractal parezca aproximadamente idéntico a diferentes escalas. Los fractales de este tipo contienen copias menores y distorsionadas de sí mismos. Matemáticamente D.Sullivan definió el concepto de conjunto cuasiauto-similar a partir del concepto de cuasi-isometría. Los fractales definidos por relaciones de recurrencia son normalmente de este tipo.

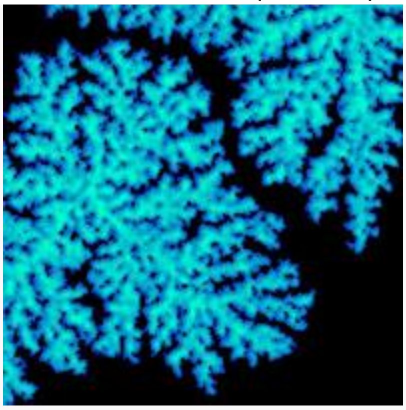
- **Autosimilitud estadística**. Es el tipo más débil de autosimilitud: se exige que el fractal tenga medidas numéricas o estadísticas que se preserven con el cambio de escala. Los fractales aleatorios son ejemplos de fractales de este tipo.

Dimensión fractal y dimensión de Hausdorff-Besicovitch[editar]

Entre los fractales podemos encontrar ejemplos como curvas que llenan todo el plano. En ese caso, la dimensión topológica de la curva, que es uno, no nos informa sobre la forma en que esta ocupa el espacio ambiente. De modo general, podríamos preguntarnos cómo densamente un conjunto ocupa el espacio métrico que lo contiene. Los números que nos informan objetivamente de este tipo de cuestiones son:

- **La dimensión fractal**. Las fórmulas que la definen tienen que ver con el recuento de cajas de una cuadrícula que contienen parte del conjunto, cuando las dimensiones de unas y otras tienden a cero. Podemos medir la dimensión fractal de objetos reales: líneas de la costa (1.2), nubes, árboles, etc, Con estas medidas podemos comparar objetos del mundo real con fractales generados por algoritmos matemáticos.

- **La dimensión de Hausdorff-Besicovitch**. Tiene una definición más compleja que la de dimensión fractal. Su definición no suele usarse para comparar conjuntos del mundo real.



Autosimilitud estadística de un fractal generado por el proceso de agregación limitada por difusión.

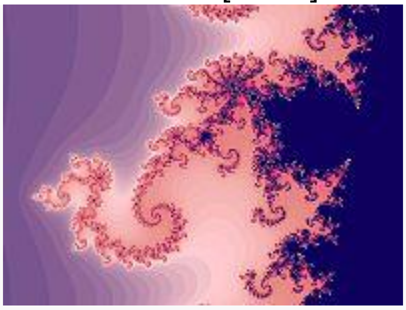
Definición por algoritmos recursivos[editar]

Podemos destacar tres técnicas comunes para generar fractales:

- **Sistemas de funciones iteradas (IFS)**. Unos conjuntos se reemplazan recursivamente por su imagen bajo un sistema de aplicaciones: el conjunto de Cantor, la alfombra de Sierpinski, el triángulo de Sierpinski, la curva de Peano, la curva del dragón, el copo de nieve de Koch o la Esponja de Menger, son algunos ejemplos.

- **Fractales de algoritmos de Escape**, definidos por una relación de recurrencia en cada punto del espacio (por ejemplo, el plano complejo): el conjunto de Mandelbrot, conjunto de Julia, y el fractal de Lyapunov.
- **Fractales aleatorios**, generados por procesos estocásticos, no deterministas: el movimiento browniano,el vuelo de Lévy, lospaisajes fractales o los árboles brownianos. Éstos últimos son producidos por procesos de agregación por difusión limitada..

Modelado de formas naturales[editar]



Fracción de un fractal Mandelbrot.

Las formas fractales, las formas en la que las partes se asemejan al todo, están presentes en la materia biológica, junto con las simetrías (las formas básicas que solo necesitan la mitad de información genética) y las espirales (las formas de crecimiento y desarrollo de la forma básica hacia la ocupación de un mayor espacio), como las formas más sofisticadas en el desarrollo evolutivo de la materia biológica en cuanto que se presentan en procesos en los que se producen saltos cualitativos en las formas biológicas, es decir posibilitan catástrofes (hechos extraordinarios) que dan lugar a nuevas realidades más complejas, como las hojas que presentan una morfología similar a la pequeña rama de la que forman parte que, a su vez, presentan una forma similar a la rama, que a su vez es similar a la forma del árbol, y sin embargo cualitativamente no es lo mismo una hoja (forma biológica simple), que una rama o un árbol (forma biológica compleja).